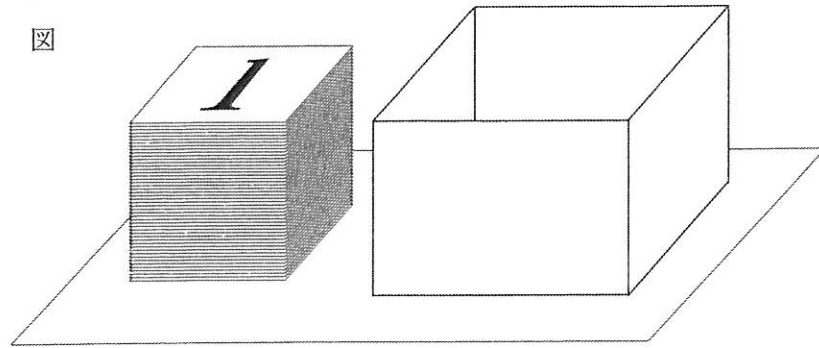


- 1 図のように、1, 2, 3, ..., 143, 144の数が書かれた144枚のカードを上から順に重ねた山と、そのとなりに箱があります。

このページは白紙です。



山にあるいちばん上のカードについて次の「操作P」, 「操作Q」をP→Q→P→Q→P→……のように山のカードが1枚になるまで繰り返します。

操作P カードを箱に入れる
操作Q カードを山のいちばん下にもっていく

このとき、次の各問いに答えなさい。

- (1) 42枚目に箱に入れるカードに書かれている数はいくつですか。
- (2) 72が書かれたカードを箱に入れるのは何枚目ですか。
- (3) 最後に山にあるカードに書かれている数はいくつですか。

(1) 1, 3, 5, 7 ... だから, $1 + 2 \times 41 = 83$ //

(2) ~~2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, ...~~ 132, 134, 136, 138, 140, 142, 144

1回目 ... 1, 3, 5, ..., 141, 143 の 72枚

2回目 ... $\underbrace{2, 6, 10}_{4}, \dots, 138, 142$ の 36枚

3回目 ... $\underbrace{4, 12, 20}_{8}, \dots, 132, 140$ の 18枚

4回目 ... 8, 24, 40, 56, 72 ... だから, $72 + 36 + 18 + 5 = 131$ 枚目 //

(3) 2^n の時, 最後のカードが残る.

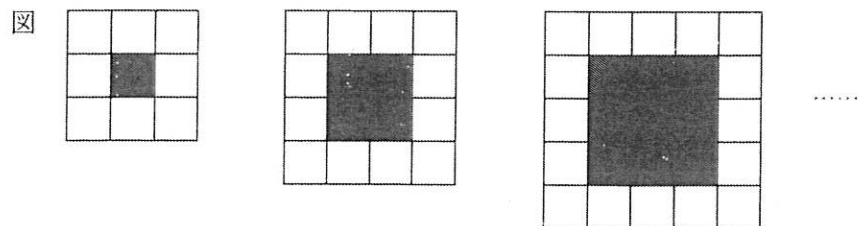
$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 128$ 枚残すためには,

$144 - 128 = 16$ 枚取る \Rightarrow 31まで

... 28, 30, 31, 32, 33 ...
残る.

32 //

2 黒い正方形のまわりに1辺の長さが1cmの白い正方形を並べます。下の図は、左から1辺の長さが1cm, 2cm, 3cm, ……の黒い正方形のまわりに白い正方形を並べたものです。



白い正方形のマスの中に、1は1個、2は2個、3は3個、……のように整数AはA個使い、ある整数から連続した2種類以上の整数を並べます。

たとえば、図1の左側のように、黒い正方形の1辺の長さが2cmのとき、3を3個、4を4個、5を5個使うと、ちょうど並べることができます。しかし、図1の右側のように、4を4個、5を5個、6を6個ではちょうど並べることができません。また、図2のように、黒い正方形の1辺の長さが8cmのときは、1から8までと、11から13までの整数をちょうど並べることができます。

図1

3	3	3	4
5			4
5			4
5	5	5	4

4	4	4	4
6			5
6			5
6	5	5	5

6
6
6

図2

1	2	2	3	3	3	4	4	4	4
8									5
8									5
8									5
8									5
8									5
8									6
8									6
8									6
7	7	7	7	7	7	7	6	6	6

11	11	11	11	11	11	11	11	11	11
13									11
13									12
13									12
13									12
13									12
13									12
13									12
13									12
13	13	13	13	13	12	12	12	12	12

このとき、次の各問いに答えなさい。
ただし、(2), (3)では考えられるものを「○～○」のように書きなさい。たとえば、図1の左側の場合、「3～5」、図2の場合、「1～8と11～13」と表すことにします。

- (1) 黒い正方形の1辺の長さにかかわらず、連続した2種類の整数だけでは白い正方形のマスの中に整数をちょうど並べることができません。その理由を説明しなさい。
- (2) 黒い正方形の1辺の長さが9cmのとき、白い正方形のマスの中に整数をちょうど並べするには、いくつからいくつまでの整数を並べればよいですか。考えられるものをすべて答えなさい。
- (3) 黒い正方形の1辺の長さが14cmのとき、白い正方形のマスの中に整数をちょうど並べするには、いくつからいくつまでの整数を並べればよいですか。考えられるものをすべて答えなさい。
- (4) 黒い正方形の1辺の長さが100cmまでの中で、白い正方形のマスの中に整数をちょうど並べることができないのは、黒い正方形の1辺の長さが何cmのときですか。考えられるものをすべて答えなさい。

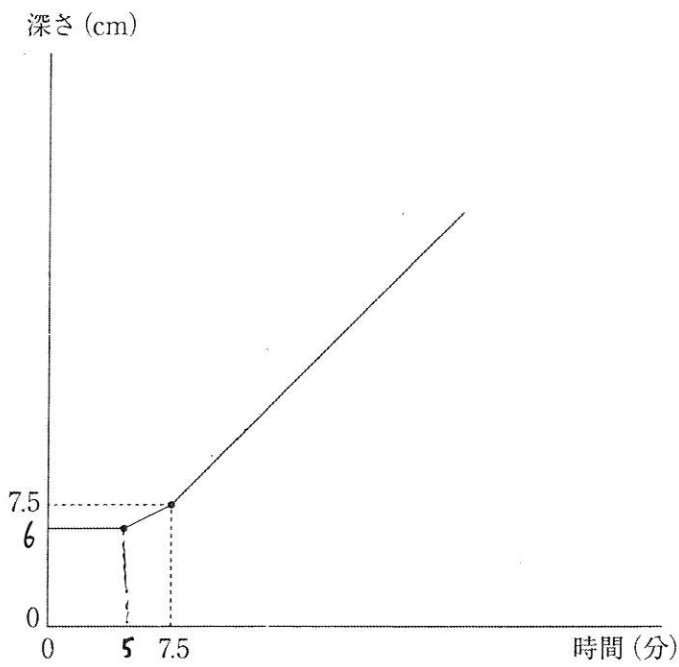
(2) $(9+1) \times 4 = 40$
 $\begin{matrix} 1 & 2 & 4 & 5 & 8 \\ 40 & 20 & 10 & \textcircled{5} & \textcircled{8} \end{matrix} \Rightarrow \text{真ん中が8の5} \text{だから } \underline{6 \sim 10}$

(3) $(14+1) \times 4 = 60$
 $\begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 60 & 30 & \textcircled{20} & \textcircled{15} & \textcircled{12} & 10 \end{matrix}$
 $\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$
 $\underline{19 \sim 21, 4 \sim 11, 10 \sim 14}$

(4) 白の個数を奇×偶であらわしたい。
 偶数でしかあらわせない。 $2 \cdot 4 \cdot 8 \cdot 16 \cdot 32 \cdot 64 \cdot 128 \cdot 256 \cdot 512 \dots$
 $\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$
 $4 \quad 2 \quad 4 \quad 8 \quad 16 \quad 32 \quad 64$
 $\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$
 $\underline{1, 3, 7, 15, 31, 63}$

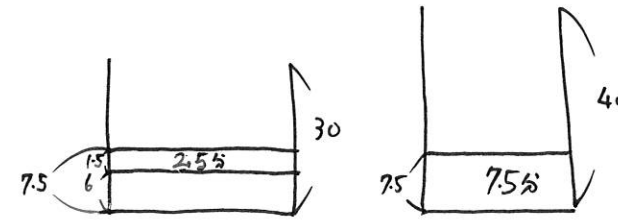
3 2つの四角柱の水そうA, Bがあります。水そうAの深さは30cmで、最初に深さ6cmまで水が入っています。水そうBは深さが40cmで水は入っていません。まずBに水を入れ始め、その5分後にAにもBに入れる水と毎分同じ量の水を入れ始めます。下のグラフはBに水を入れ始めてからの時間と、A, Bにたまる水の深さのうち深いほうの深さのようすを途中まで表したものです。このとき、次の各問いに答えなさい。

- (1) 水そうAの底面積は水そうBの底面積の何倍ですか。
- (2) このまま水そうA, Bに水を入れ続けると、片方の水そうが水でいっぱいになったとき、もう一方の水そうは水でいっぱいにはなりません。そこで途中から一方の水そうに入れる水の量をそれまでと比べて毎分2倍にします。すると、2つの水そうが同時に水でいっぱいになりました。毎分2倍の量で水を入れたのはどちらの水そうで、何分間ですか。



このページは白紙です。

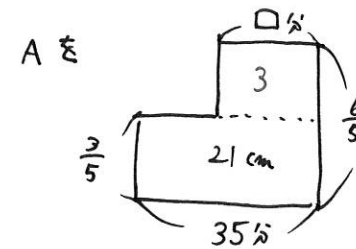
(1)



$$\frac{2.5}{1.5} : \frac{7.5}{7.5} = \frac{5}{3} : 1 \quad \text{だから} \quad \underline{\underline{\frac{2}{3} \text{倍}}}$$

(2)

Aは $5 + 24 \div \frac{3}{5} = 45$ 分後
 Bは $40 \div 1 = 40$ 分後に満水の子定

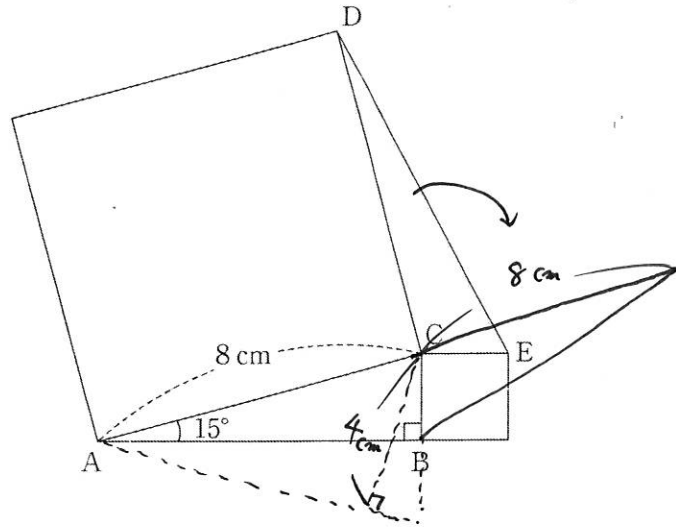


$$3 \div \frac{3}{5} = \underline{\underline{5 \text{分}}}$$

4 次の各問いに答えなさい。ただし、図は正確とは限りません。

- (1) 図1のように直角三角形ABCにACを1辺とする正方形とBCを1辺とする正方形をかき、2つの点D, Eを直線で結びます。このとき、三角形CDEの面積は何 cm^2 ですか。

図1

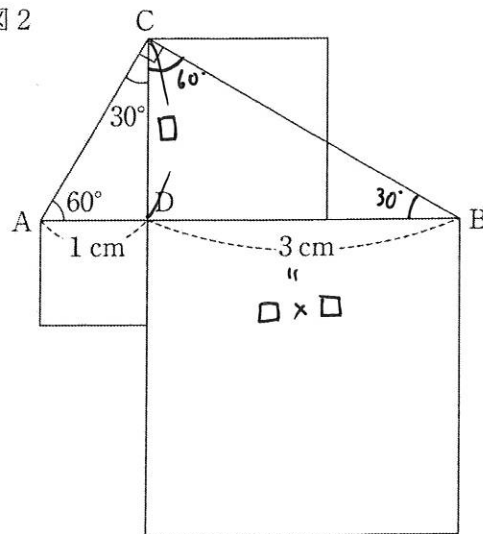


$\triangle ABC$ と同じだから、

$$(8 \times 4 \div 2) \div 2 = 8 \text{ cm}^2 //$$

- (2) 図2のような直角三角形ABCと、AD, BD, CDをそれぞれ1辺とする正方形があります。このとき、CDを1辺とする正方形の面積は何 cm^2 ですか。

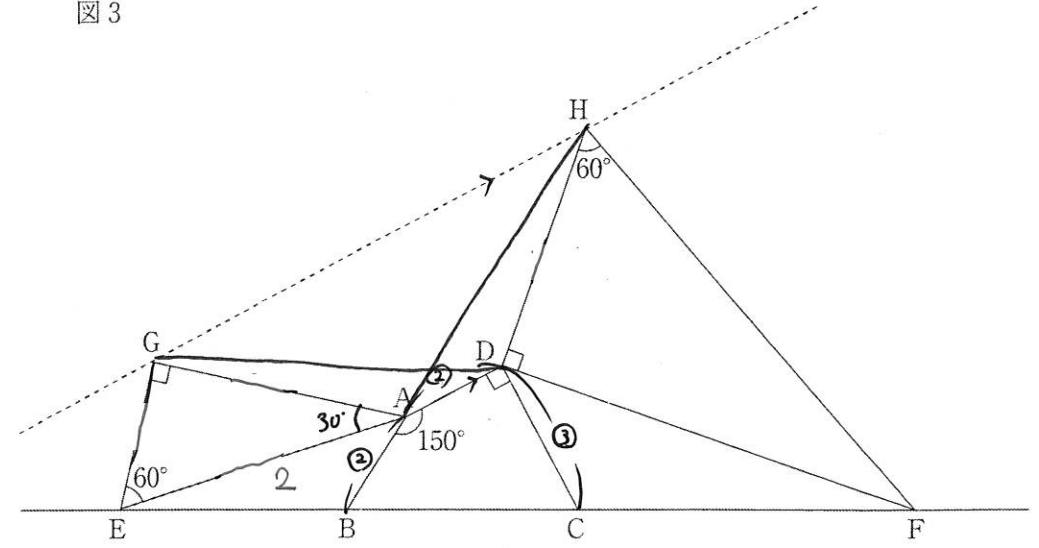
図2



$$\square \times \square = 3 \text{ cm}^2 //$$

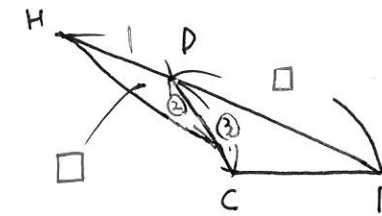
- (3) $AB=AD$, $AD:DC=2:3$, 角Aの大きさが 150° , 角Dの大きさが 90° である四角形ABCDがあります。辺BCをのばしたところに2つの点E, Fをとります。次に、直角三角形AEGと直角三角形DFHをかいたところ、図3のようになりました。直線ADと直線GHが平行のとき、三角形ABEの面積は三角形DCFの面積の何倍ですか。

図3



$$\triangle ABE : \triangle ADG = 2 : \square$$

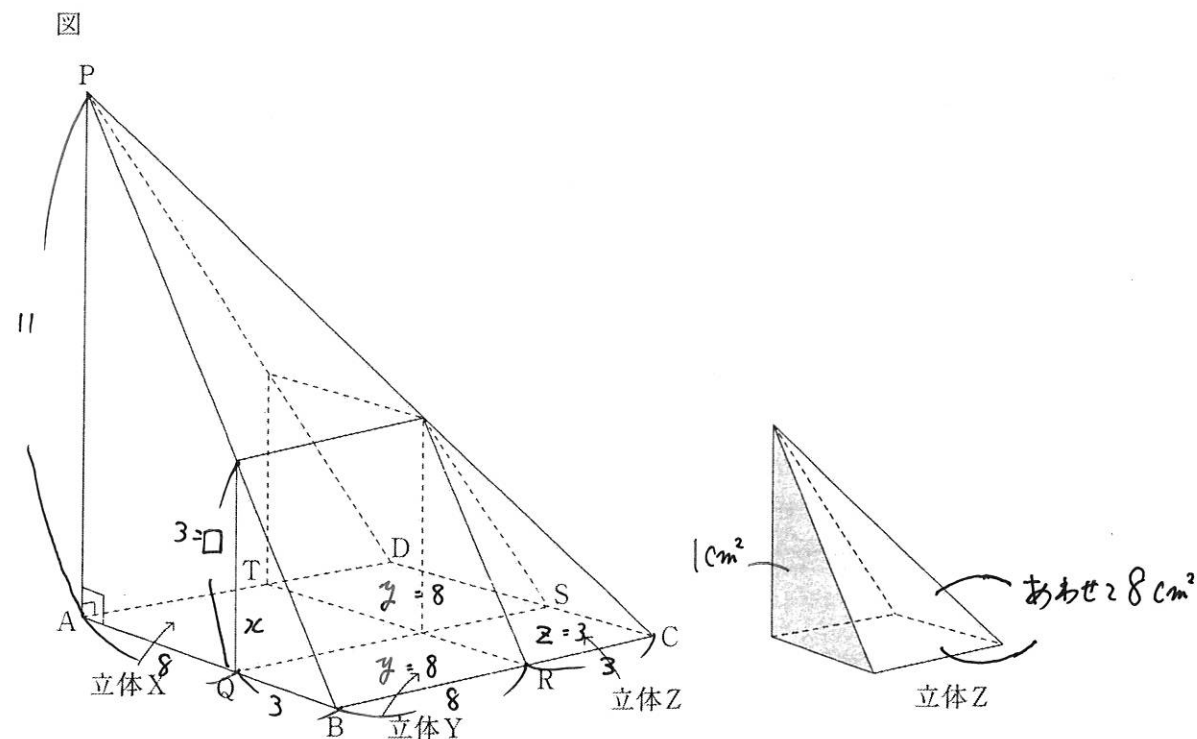
$\triangle ADH$



$$\triangle DCF = \square \times \frac{\square}{1} \times \frac{3}{2} = \frac{9}{2}$$

$$2 \div \frac{9}{2} = \frac{4}{9} \text{ 倍} //$$

- 5 図のように底面が正方形の角すいP-ABCDがあります。三角形APBと三角形APDはどちらも角Aが直角の直角三角形です。4つの辺AB, BC, CD, DA上にそれぞれ点Q, R, S, Tをとります。直線QSと直線AD, 直線TRと直線ABはそれぞれ平行で, $BR:RC=AQ:QB$ です。



このとき, 次の各問いに答えなさい。

ただし, 角すいの体積は(底面積)×(高さ)÷3で求められるものとします。また, 立体のすべての面の面積をたし合わせたものを表面積といいます。

- (1) 辺AP, AB, PBの長さがそれぞれ4cm, 3cm, 5cmのとき, 角すいP-ABCDの表面積は何 cm^2 ですか。
- (2) この立体を点Qと点Sを通るように底面に垂直な平面で切り, さらに点Tと点Rを通るように底面に垂直な平面で切り, 切り取ってできた面にだけ色をぬります。点A, B, Cを含む立体をそれぞれ立体X, Y, Zとし, 立体Yと立体Zの体積の比を4:1とするとき, 次の各問いに答えなさい。

- ① 立体Xと立体Zの体積の比をもっともかんたんな整数の比で表しなさい。
- ② 立体Zにおいて, 色をぬった部分の面積と, 色をぬっていない部分の面積の比が1:4のとき, 立体Xと立体Zの表面積の比をもっともかんたんな整数の比で表しなさい。

(1) $\frac{3 \times 4}{2} \times 2 + \frac{3 \times 5}{2} \times 2 + 3 \times 3 = 36 \text{ cm}^2$

(2) ② $Z = 10 \text{ cm}^3$ とす。

Xは $\times 2 = \frac{11 \times 3}{2} \times 2 = \frac{224}{9} \text{ cm}^2$

下と上はあわせ $8 \times \frac{64}{9} = \frac{512}{9} \text{ cm}^2$

上は $\times 2 = \frac{8}{3} \times \frac{2}{1} \times \frac{2}{1} = \frac{32}{3} \text{ cm}^2$

$\frac{832}{9} = 10 = 416 : 45$

(2) ① $y \times \square \div 2 = 4$

$z \times \square \div 3 = 1$ $y = 8, z = 3$ だから $BR:RC = 8:3$

全体は $11 \times 11 \times 11 \times \frac{1}{3} = \frac{1331}{3}$

$Y = 3 \times 8 \times 3 \times \frac{1}{2} = 36$

$Z = 3 \times 3 \times 3 \times \frac{1}{3} = 9$

$X = \frac{1331}{3} - 36 \times 2 - 9 = \frac{1088}{3}$

$\frac{1088}{3} : \frac{27}{3} = 1088 : 27$

(問題は以上です)

1

(1)	83	
(2)	131	枚目
(3)	32	

※1

2

(1)	黒い正方形の外側に1周ならべると、白い正方形は必ず4の倍数の個数になる。 一方、連続する2種類の整数をならべると、個数は偶数+奇数=奇数個となり、ちょうどならべまることができない。	
(2)	6~10	
(3)	4~11, 10~14, 19~21	
(4)	1, 3, 7, 15, 31, 63	

※2(1)

※2(2)-(4)

※らんには記入しないこと。

3

(1)	$1\frac{2}{3}$	倍
(2)	水そう A に 5	分間

4

(1)	8	cm ²
(2)	3	cm ²
(3)	$\frac{4}{9}$	倍

5

(1)	36		cm ²
(2)	①	立体Xの体積	立体Zの体積
		1088	: 27
(2)	②	立体Xの表面積	立体Zの表面積
		416	: 45

※3,4,5

受験番号			氏名		
自	律	学	習	サ	カ
カ	セ	ル			

※
 ⑤ 61.3
 ⑥ 45.0